



Олимпиада школьников «Ломоносов». 2024/25 учебный год.
Задания заключительного этапа по высоким технологиям.
5 – 10 классы. Вариант 1

Задача 1. Фотокатализатор (8 баллов)

Одна из современных технологий очистки воды от органических загрязнений основана на использовании фотокатализаторов – веществ, способствующих окислению органики под действием света.

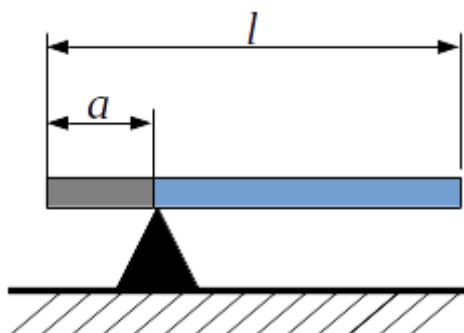
1. Одним из перспективных фотокатализаторов является смешанный оксид двух металлов V группы, в котором атомов обоих металлов поровну, а число атомов кислорода – в 2 раза больше общего числа атомов металлов. Массовая доля кислорода равна 19.75%. Установите формулу вещества, подтвердите расчетом (используйте целочисленные атомные массы).
2. Фотокатализатор под действием света разлагает воду, на одном из электродов образуется сильный окислитель – свободный радикал $\text{OH}\cdot$. Напишите уравнение полуреакции и укажите, на каком электроде – катоде или аноде – она происходит.

Решение

1. Обозначим металлы X и Y, тогда, по условию, простейшая формула фотокатализатора – XYO_4 , а его молярная масса равна: $M(\text{XYO}_4) = 4 \cdot 16 / 0.1975 = 324$ г/моль, тогда $M(\text{X}) + M(\text{Y}) = 324 - 64 = 260$ г/моль. Перебрав металлы V группы, находим, что этому условию удовлетворяют ванадий (51 г/моль) и висмут (209 г/моль). Формула катализатора – BiVO_4 . **(5 баллов)**
2. Окислитель образуется при окислении воды, а окисление происходит на аноде. **(1 балл)** Уравнение полуреакции: $\text{H}_2\text{O} - e \rightarrow \text{H}^+ + \text{OH}\cdot$. **(2 балла)** Основная ошибка в этом пункте – использование аниона OH^- вместо свободного радикала.

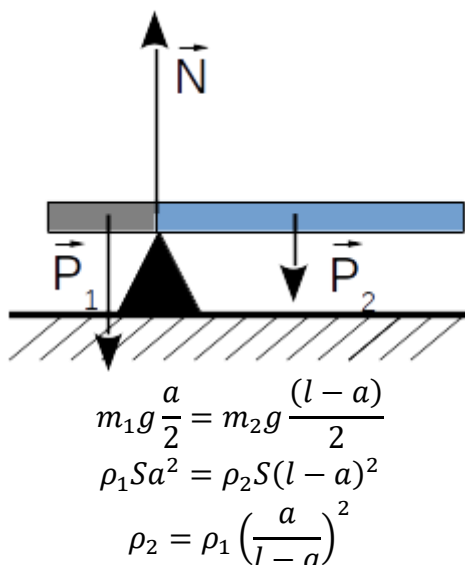
Задача 2. Металлический сплав (8 баллов)

Стержень общей длины l состоит из 2-х частей, которые сварены между собой. Длина одной части, изготовленной из металла с плотностью ρ_1 , имеет длину a . Вторая часть изготовлена из сплава металлов. Положив стержень на опору в точке сварки, удалось добиться равновесия. Какова плотность сплава ρ_2 ? Площади сечения частей одинаковы.



Решение

Изобразим на рисунке силы, действующие на стержень. С одной стороны, их векторная сумма должна быть равна нулю, а с другой стороны, должен быть равен нулю суммарный момент сил относительно точки опоры.



Правильно выражены массы – **2 балла**,
использовано правило моментов – **3 балла**,
правильный ответ – **3 балла**.

Задача 3. Кисломолочные продукты (8 баллов)

Еще в античные времена люди использовали биотехнологические методы для получения различных продуктов питания. Так для приготовления кисломолочных продуктов использовались микроорганизмы, о существовании которых наши предки в то время еще не знали.

1. Какие микроорганизмы используют при получении кисломолочных продуктов?
2. Какие органические вещества являются субстратом этого процесса, а какие продуктом при гомоферментативном брожении?

При гомоферментативном брожении 3 моль субстрата получили 432 г продукта.

3. Рассчитайте практический выход (%) продукта (молярная масса глюкозы = 180 г/моль).
4. В каких клетках человеческого организма этот процесс происходит при гипоксических условиях в условиях сильной физической нагрузки?

Решение

1. Представители порядков *Lactobacillales*, *Bacillales*, а также семейства *Bifidobacteriaceae*. (**1 балл за правильный ответ**)

2. Субстратом являются лактоза, другие моно- и дисахариды, которые сбраживаются через гликолиз. Продукт – молочная кислота. Если субстратом указана глюкоза, то это также засчитывается за правильный ответ. **(2 балла)**

3. $C_6H_{12}O_6 = 2C_3H_6O_3$
 $n_{\text{теор}}(C_3H_6O_3) = 2n(C_6H_{12}O_6) = 6 \text{ моль},$
 $m_{\text{теор}}(C_3H_6O_3) = 6 \cdot 90 = 540 \text{ г},$
 $\eta = m_{\text{практ}} / m_{\text{теор}} = 432 / 540 = 0.8 = 80\%.$

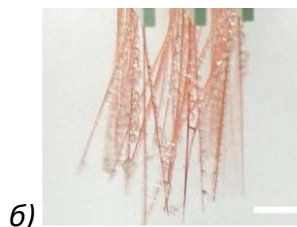
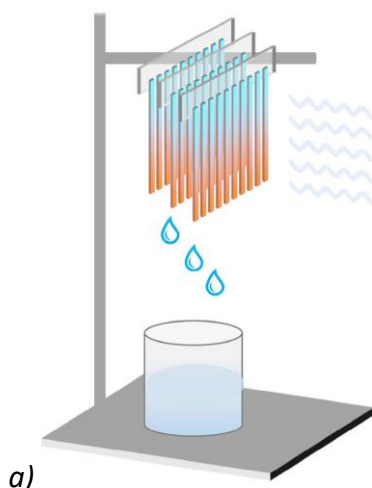
(3 балла за правильный ответ)

4. Этот процесс происходит в клетках мышц, в эритроцитах, а также в клетках глии.

(2 балла за правильный ответ, если указаны только клетки мышц и эритроциты, то ответ засчитывается)

Задача 4. Собираем воду (8 баллов)

Вдохновившись приспособлениями животных и растений засушливых регионов, которые умеют собирать атмосферную влагу из воздуха благодаря особым поверхностным структурам, сочетающим два типа зон (притягивающие воду и отталкивающие и собирающие ее в более крупные капли), ученые создали гибридные кристаллы (см. рисунок) и назвали их кристаллами Януса за двуликость их поверхности. Эти кристаллы представляют собой ленты из полимерного материала, на часть поверхности которых нанесено особое покрытие, представляющее собой комбинацию из отталкивающих и притягивающих воду модификаторов. Конденсация влаги на таких кристаллах не требует дополнительных усилий, например, применения электричества.



а) Схематичное изображение установки по сбору воды на кристаллах Януса.

б) Фото пучка кристаллов Януса в процессе сбора воды.

1. Рассчитайте, сколько понадобится времени, чтобы собрать 250 мл воды, если известно, что:
- каждый кристалл имеет форму ленты с длиной $L = 30 \text{ мм}$, шириной $w = 350 \text{ мкм}$ и толщиной $d = 50 \text{ мкм}$;
 - гибридное покрытие занимает ровно половину длины кристалла;

- конденсация идет только на поверхностях не уже 100 мкм;
- скорость конденсации воды составляет $8 \text{ г}/(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$;
- в сборе воды одновременно участвуют $N = 30$ кристаллов Януса;
- плотность воды равна $1 \text{ г}/\text{см}^3$.

2. Какая доля поверхности кристалла участвует в конденсации воды?

Решение

1. (5 баллов)

- 1) Известно, что конденсация происходит только на поверхностях шире 100 мкм, и в пределах области, имеющей гибридное покрытие. Следовательно, площадь поверхности кристалла, на которой происходит конденсация, составляет:

$$S_{1\text{cond}} = 2 \cdot 0.5 Lw = Lw = 3 \cdot 0.035 = 0.105 \text{ см}^2$$

1 балл – за выбор правильных граней кристалла Януса, на которых идет конденсация.

1 балл – за учет того факта, что покрытие занимает половину длины кристалла Януса.

- 2) (1 балл) Для N кристаллов Януса общая площадь поверхности, на которой происходит конденсация, составляет:

$$S_{\text{cond}} = N S_{1\text{cond}} = 30 \cdot 0.105 = 3.15 \text{ см}^2$$

- 3) (1 балл) За один час на этой поверхности сконденсируется

$$m = t v S_{\text{cond}} = 1 \cdot v S_{\text{cond}} = 1 \cdot 8 \cdot 3.15 = 25.2 \text{ грамма воды,}$$

где $v = m / (S_{\text{cond}} t)$ – скорость конденсации ($\text{г}/(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$)

Это отвечает объему $V_1 = m / \rho = 25.2 / 1 = 25.2 \text{ мл}$.

- 4) (1 балл) Тогда, чтобы собрать 250 мл воды, понадобится

$$t = 250 / V = 250 / 25.2 = 9.92 \text{ часов.}$$

2. (3 балла)

- 1) (1 балл) Рассчитаем площадь поверхности одной ленты:

$$S_1 = 2Lw + 2Ld + 2wd$$

$$S_1 = 2 \cdot 3 \cdot 0.035 + 2 \cdot 3 \cdot 0.005 + 2 \cdot 0.035 \cdot 0.005 = 0.24 \text{ см}^2$$

- 2) (2 балла) То есть, доля «рабочей» поверхности равна

$$S_{1\text{cond}} / S_1 = 0.105 / 0.24 = 0.44$$

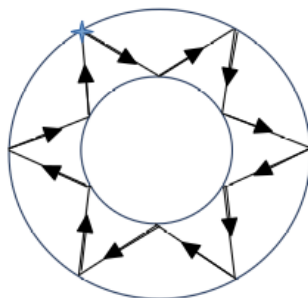
Оценка снижалась за:

- арифметические ошибки в расчетах;
- ошибки в порядках величин (перевод нанометров в сантиметры или метры);
- расчет объема вместо площади поверхности;
- потерю умножения на общее число кристаллов Януса в образце;
- ошибки в формуле расчета скорости конденсации;
- ошибки в формуле расчета объема исходя из массы и плотности материала.

Задача 5. Сферический волновод (17 баллов)

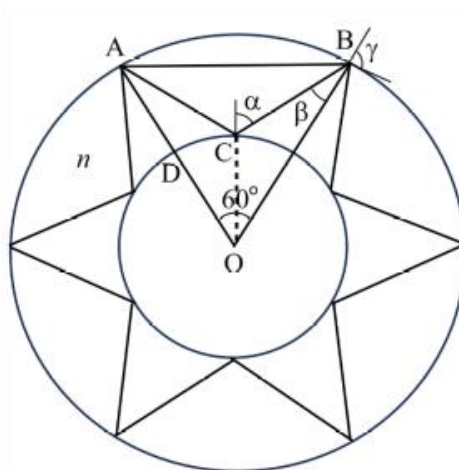
Луч света попадает в прозрачный сферический слой с показателем преломления n . Внутренний и внешний радиусы слоя отличаются в $k = 2$ раза. Отразившись от внутренней зеркальной поверхности, луч возвращается к внешней, где испытывает полное внутреннее отражение.

1. Найдите наименьший показатель преломления n , если луч вернулся без потерь в место выхода, 6 раз коснувшись внешней поверхности.
2. Каким должен быть показатель преломления n , если этот шар поместить в воду, а луч также 6 раз отразится от внешней поверхности? Показатель преломления воды $n_{\text{воды}} = 1.33$.



Решение

1. Сделаем необходимые построения. Обозначим место входа луча точкой А.



Достроим треугольник $\triangle AOB$. Точка O – центр. Так как касаний с внешней сферической поверхностью 6, то треугольник $\triangle AOB$ – равносторонний. Значит, $\angle AOB = 60^\circ$. Обозначим угол падения $\angle CBO$ как β .

5 баллов – за рисунок с правильным указанием градусной меры углов.

По условию задачи, радиусы внешней и внутренней сферической поверхности отличаются в 2 раза. $OA = OB = 2 \cdot OD = 2 \cdot OC$. Обозначим OC как a . Найдем $\sin \beta$. Для этого рассмотрим $\triangle COB$, в котором $\angle COB = 30^\circ$. Сперва обозначим CB как b и выразим эту сторону по теореме косинусов:

$$b^2 = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cos(30^\circ)$$

Отсюда $b = a\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$. **(3 балла)**

Теперь воспользуемся теоремой синусов:

$$\frac{b}{\sin(30^\circ)} = \frac{a}{\sin(\beta)}$$

(2 балла)

Угол β – это угол падения луча света на внешнюю сферическую поверхность, где, по условию задачи, луч испытывает полное внутреннее отражение. Запишем закон преломления:

$$\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = \frac{n}{n_{air}}$$

(3 балла)

Поскольку показатель преломления воздуха $n_{air} = 1$, угол $\angle \gamma = 90^\circ$, то

$$n = \frac{1}{\sin(\beta)} = \frac{b}{a \sin(30^\circ)} = 2\sqrt{5 - 2\sqrt{3}} \approx 2.47$$

Показатель преломления сферического слоя должен быть равен $n = 2.47$. **(2 балла)**

2. Если шар находится в воде, то для выполнения условий задачи закон преломления будет таким:

$$\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = \frac{n}{n_{H_2O}}$$

Показатель преломления воды $n_{H_2O} = 1.33$, угол $\gamma = 90^\circ$,

$$n = \frac{n_{H_2O}}{\sin(\beta)} = \frac{1.33b}{\frac{a}{2}} = 2.66 \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{3}} \approx 3.29$$

Показатель преломления сферического слоя должен быть равен $n = 3.29$. **(2 балла)**

Задача 6. Патинирование монет (17 баллов)

Для реставрации медных монет можно использовать водный раствор, содержащий 3 г перманганата калия и 10 г пентагидрата сульфата меди (II) (медного купороса), растворённых в 500 мл воды. Монету опускают в полученный раствор, который подогревают до 90 °С. В результате она покрывается тонкой, но довольно плотной плёнкой коричневого или чёрно-коричневого цвета, которая не смывается с поверхности монеты и защищает её от дальнейшего окисления.

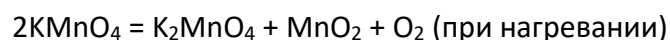
1. Определите молярную концентрацию перманганата калия и пентагидрата сульфата меди (II) в растворе. Каково мольное соотношение компонентов в растворе?
2. Напишите уравнение реакции, происходящей при нагревании водного раствора перманганата калия. Как изменяется pH раствора в результате реакции (подкисляется или подщелачивается)? Ответ поясните.
3. Напишите уравнение реакции, происходящей при нагревании водного раствора сульфата меди (II), доведённого до pH из предыдущего пункта?
4. Каков состав плёнки, образующейся на поверхности монеты? Ответ поясните.

Решение

1. Концентрация равна $C = \nu/V = m/(MV)$. Молярная масса KMnO_4 равна 158 г/моль, молярная масса $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ равна 250 г/моль. Следовательно, $C(\text{KMnO}_4) = 0.038$ моль/л, $C(\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}) = 0.08$ моль/л. То есть компоненты взяты в соотношении примерно 1:2.

(6 баллов – по 2 балла за молярные концентрации и 2 балла за соотношение)

2. При нагревании перманганат калия разлагается на манганат (VI) калия, оксид марганца (IV) и кислород.



Однако в водном растворе манганат (VI) калия диспропорционирует на перманганат калия и оксид марганца (IV). Также в результате реакции образуется гидроксид калия.



Суммарно процесс можно описать общим уравнением, объединяющим две предыдущие реакции. В результате образуется коричневый осадок – оксид марганца (IV).



Поскольку в результате реакции также образуется гидроксид калия, среда становится более щелочной.

(5 баллов – 4 балла за суммарное уравнение реакции или по 2 балла за каждую из двух стадий и 1 балл за реакцию среды)



Гидроксид меди (II) синего цвета разлагается при температуре выше 70°C , поэтому образуется чёрный осадок – оксид меди (II). **(3 балла)**

Типичные ошибки – термическое разложение сульфата меди (II) до оксида меди (II), оксида серы (IV) и кислорода (в водном растворе такая реакция протекать не может, она происходит только в твёрдой фазе) или образование осадка гидроксида меди (II), который имеет синюю окраску и при 90°C разлагается.

4. В результате реакций из пунктов 2 и 3 образуются осадки MnO_2 и CuO , которые оседают на поверхности монеты. Таким образом, плёнка состоит из оксидов меди (II) и марганца (IV).

(3 балла – за верный полный ответ с пояснением)

Задача 7. Развертка углеродной молекулы (17 баллов)

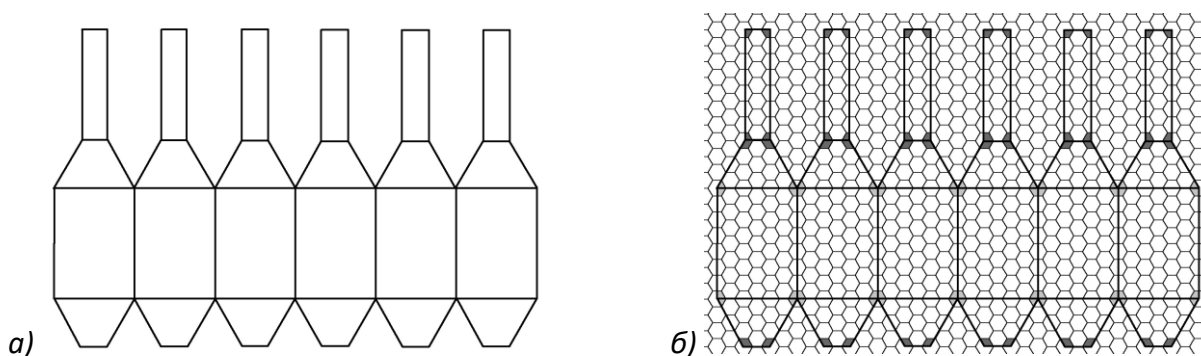


Рис. 1. а) Развертка многогранника X. б) Развертка углеродной молекулы Y

Если развертку, представленную на рисунке 1а, вырезать по контуру, сложить и склеить по линиям разреза, то получится некая геометрическая фигура – многогранник X.

1. Опишите X: число вершин, ребер, сколько и каких граней в его структуре. Как называется такая геометрическая фигура? Комбинацией каких двух выпуклых многогранников может быть получен X?

Теперь рассмотрим развертку многогранника X, наложенную на графеновую плоскость так, чтобы вершины X были расположены в центрах шестиугольников из атомов углерода (рис. 1б). При вырезании и склеивании этой развертки получается некоторая углеродная молекула Y.

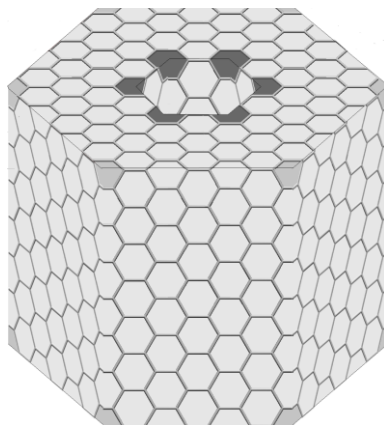
2. По рисунку 1б найдите, сколько атомов углерода в молекуле Y.
3. Опишите многоугольники, которые образуются в местах склейки, отмеченных светло-серым и темно-серым цветом на рис. 1б. Сколько многоугольников, отвечающих каждому цвету, в структуре Y?

4. По рисунку 16 найдите, сколько шестиугольников входит в структуру молекулы **Y**?
5. Оцените размер молекулы **Y** как диаметр сферы, описанной вокруг отвечающего ей многогранника **X**. Длину ребра углеродного шестиугольника считайте равной $a = 0,14$ нм.

Решение

1. **(5 баллов)**

Многогранник **X** имеет **24** вершины **(0.5 балла)**, **36** ребер **(1 балл)** и **14** граней: **6** малых прямоугольников **(0.25 балла)**, **6** больших прямоугольников **(0.25 балла)** и **2** грани в форме **шестиугольников (0.5 балла)** с шестиугольным **отверстием** по центру **(0.5 балла)**. Многогранник **X** имеет форму **тора** (см. рис) **(1 балл)** и может быть получен путем **удаления (0.5 балла)** из центра **шестиугольной призмы (0.5 балла)** меньшей шестиугольной призмы той же высоты.



2. **(3 балла)**

Общее число атомов углерода в **Y** составляет:

$$\begin{aligned} &6 \cdot (26 + 4 \cdot 0.5) \text{ (приходится на малые прямоугольники развертки)} \\ &+ 6 \cdot (78 + 12 \cdot 0.5) \text{ (приходится на большие прямоугольники развертки)} \\ &+ 12 \cdot (16 + 16 \cdot 0.5) \text{ (приходится на трапеции развертки)} = \mathbf{960} \end{aligned}$$

Половинками посчитаны атомы, принадлежащие данной грани только наполовину, поскольку эти атомы лежат на ребрах **X**.

3. **(2 балла)**

В местах склейки развертки образуются пяти- и семиугольники. Пятиугольники расположены напротив вершин «большой» призмы, а семиугольники – «малой».

4. **(3 балла)**

Общее число пятиугольников в **Y** – **12** (вершины «большой» призмы) **(0.5 балла)**, общее число семиугольников – **12** (вершины «малой» призмы) **(0.5 балла)**, общее число шестиугольников:

$6 \cdot (7 + 12 \cdot 0.5)$ (приходится на малые прямоугольники развертки)
 $+ 6 \cdot (33 + 16 \cdot 0.5)$ (приходится на большие прямоугольники развертки)
 $+ 12 \cdot (9 + 4 \cdot 0.5)$ (приходится на трапеции развертки) = **456 (2 балла)**

Половинками посчитаны шестиугольники, через середину которых проходит ребро развертки X.

5. (4 балла)

Диаметр сферы, описанный вокруг многогранника X, равен диаметру сферы, описанной вокруг шестиугольной призмы того же размера. Его, в свою очередь, можно рассчитать по теореме Пифагора, зная длину большой диагонали шестиугольного основания $2A$ (где A – длина стороны основания) и высоту этой призмы H :

$$D = \sqrt{4A^2 + H^2}.$$

$A = 9a$ (учитываем, что большая диагональ правильного шестиугольника равна $2a$),
 $H = 7a\sqrt{3}$ (где $a\sqrt{3}$ – длина малой диагонали правильного шестиугольника),

$$D = \sqrt{4 \cdot 81a^2 + 49 \cdot 3a^2} = 21.7a = 3.04 \text{ нм}$$

Оценка снижалась за:

- арифметические ошибки в расчетах;
- неверную оценку формы многогранника X, особенно за тот факт, что трапеции образовывали усеченную шестиугольную пирамиду вместо плоской фигуры – шестиугольника с шестиугольным отверстием (что дополнительно приводило к неверному подсчету числа ребер и граней);
- ошибки в определении формы многоугольников, закрашенных серым цветом;
- ошибки в подсчете числа вершин и граней в многограннике Y;
- ошибки в выборе формулы для оценки размера многогранника X;
- ошибки в расчете длин диагоналей правильного шестиугольника исходя из длины его стороны.

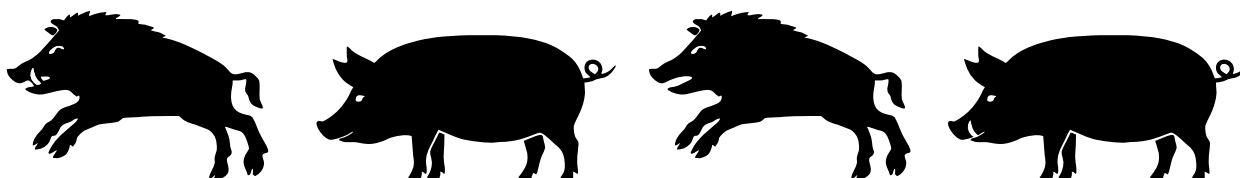
Пункты 1 и 5 задания оценивались независимо, то есть, оценка за неправильную форму многогранника X снижалась только в пункте 1, а в пункте 5 оценивался только расчет размера представленной в решении фигуры.

Задача 8. Разведение свиней (17 баллов)

Свиньи – одни из первых животных которое одомашнило человечество, однако в разных регионах мира этот процесс происходил в разное время и с различными подвидами, а иногда и даже видами свиней. Так, в Европе изначально одомашнили дикую свинью (животное, надо сказать, не с самым приятным характером). При этом животные мало отличались от диких и содержались на свободном выгуле или в больших загонах. Только к концу средневековья из-за изменений климатических и хозяйственных условий, а также появления других, более подходящих для разведения пород свиней, свиноводство стало напоминать современное.

Однажды в один из регионов средневековой Европы, в котором содержали свиней, мало отличающихся от диких (они имели огромные клыки и характерное строение тела,

мускулистое и с развитой головой и передней частью тела), привезли свиней у которых отсутствовали клыки, а средняя и задняя часть тела были более развиты, чем передняя, что позволяло лучше набирать вес, давая мясо и сало. Кроме того, свинки обладали более покладистым характером. Выяснилось, что привезенные животные прекрасно скрещиваются с местными, передавая по наследству отсутствие клыков и строение тела, причем эти признаки наследовались сцеплено и это не зависело от пола животного. К сожалению, при скрещивании эти признаки полностью подавлялись аналогичными признаками местных, хотя потом они могли проявляться в потомстве. Несмотря на это жители очень заинтересовались новыми животными и старались заполучить их.



В одной деревне удалось заполучить пару свинок, у каждой из которых один из родителей был чистокровным привезенным животным, а второй родитель был чистокровным животным из этого региона. В результате скрещивания у них родилось 20 поросят, 14 из которых полностью походили на местных свиней, 4 полностью походили на привезенных животных, один поросёнок не имел клыков, но строением тела походил на дикую свинью, а один походил на привезенную, но имел клыки. Определите расстояние (в сантиморганах) между генами, отвечающими за рост клыков и форму тела. Ответ поясните.

Решение

Это полностью выдуманная задача! Генетика свиней — это не так просто!

Несложно догадаться, что мы имеем дело с несвязанным с полом сцепленным наследованием (а вопрос про расстояние в сантиморганах подразумевает наличие рекомбинации).

Пусть А и В — гены, отвечающие за наличие клыков и форму тела. Поскольку свинки появились в результате скрещивания чистокровных особей их генотип будет таким: **(3 балла)**

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \hline A & B \end{array}$$

А гаметы АВ и аb. Если бы было так, то у нас было бы два фенотипа и три генотипа:

	AB	ab
AB	AABB	AaBb
ab	AaBb	aabb

Зеленый — фенотип местной свиньи (давайте для удобства называть ее дикой); желтый — привезенной (давайте для удобства называть ее домашней).

Если предположить, что произошла рекомбинация, то количество гамет, фенотипов и генотипов у нас существенно увеличится: **(4 балла)**

	AB	ab	Ab	aB
AB	AABB	AaBb	AABb	AaBB
ab	AaBb	aabb	Aabb	aaBb
Ab	AABb	Aabb	AAbb	AaBb
aB	AaBB	aaBb	AaBb	aaBB

Зеленый – фенотип дикой свиньи; желтый – домашней, лиловый – есть клыки, но развита задняя часть тела (домашняя с клыками), бирюзовый – нет клыков, но развита передняя часть тела (дикая, но без клыков). Расщепление по фенотипу 9:3:3:1? Это совпадение, мы знаем, что гены сцеплены, а частота другая.

Таким образом, у нас представлено четыре фенотипа, но с разной частотой встречаемости: 14:4:1:1. Значит у нас 90% (14+4) фенотипов, таких же, как у родителей и 10% (1+1) - рекомбинантных. Если вы знаете формулу оценки доли рекомбинации, то можно воспользоваться ей: $[(\text{доля рекомбинантных потомков})/(\text{все потомки})] \cdot 100\% = [(1+1)/(14+4+1+1)] \cdot 100\% = 10\%$, что дает нам 10 сантиморган. **(10 баллов)**

Если вы не знаете формулу, то один из вариантов решения — это рассчитать из фенотипа домашних (он же дает однозначный вариант генотипа) долю гамет ab. $4/20=0.2$ и это $[ab]^2$. Таким образом, доля гамет ab ≈ 0.45 . Доля гамет AB равна доле ab ≈ 0.45 . Таким образом, доля рекомбинантных гамет составляет 10%. **(10 баллов)**

Максимальное количество баллов, которое можно получить за эту задачу – 17.